 **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана**

**(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**Факультет «Информатика и системы управления»**

**Кафедра «Системы обработки информации и управления»**

Домашнее задание 1

по дисциплине «Архитектура АСОИУ» на тему:

«Теория множеств»

Выполнил:

студент группы №ИУ5-23Б

Пермяков Дмитрий Кириллович

подпись, дата

Проверил:

к.т.н., доц., Г.И. Афанасьев подпись, дата

2022 г.

Оглавление

**Задание 13**

**Задание 23**

**Задание 33**

**Задание 34**

**Задание 45**

**Задание 46**

**Задание 47**

**Задание 48**

**Задание 58**

**Задание 59**

**Список использованных источников10**

1. Показать на примерах наличие свойств множеств:

Свойство рефлективности - А ⊆ A.

Например, A = {5, 7, 8}. Каждый элемент множества A принадлежит множеству A.

Свойство антисимметричности: если A⊆ B и В⊆ А, то А = В.

Например, A = {5, 7, 8}, B = {5, 7, 8}. Каждый элемент множества A принадлежит множеству B и наоборот. Следовательно, множества равны.

Свойство транзитивности: если А ⊆ В и В ⊆ С, то А ⊆ С.

Например, A = {5, 7, 8}, B = {5, 7, 8}, C = {5, 7, 8}. Каждый элемент множества A принадлежит множеству B и каждый элемент множества B принадлежит множеству C. Следовательно множество A принадлежит множеству C.

1. Проиллюстрировать на примерах операции:

а) A ⋃ В – объединение.

Например, возьмём множества: A = {3, 8, 4, 2}. B = {1, 5, 4, 3}.

A ⋃ В = {1, 2, 3, 4,8} – объединение множеств — это множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному множеству.

б) А ⋂ В – Пересечение.

Например, возьмём множества: A = {3, 8, 4, 2}. B = {1, 5, 4, 3}.

А ⋂ В = {3, 4} – пересечение множеств – это множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно каждому множеству.

в) A̅ – Дополнение.

Например, возьмём множества: A = {1, 2, 6}. I = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...}.

A̅ = {3, 4, 5, 7, 8, …} – дополнение множества – множество, состоящее из всех элементов, не принадлежащих множеству A.

1. Показать на примерах правильность математических соотношений.

а) = ⋃ - характеристическая функция объединения А ⋃ В:

Например, А = {2, 3, 5}. B = {1, 2, 3}

Рассмотрим :

= ;

(0) = 0.

Рассмотрим ⋃ :

⋃ (0) = 0 ⋃ 0 = 0.

Рассмотрим :

(5) = 1.

Рассмотрим ⋃ :

⋃ (5) = 1 ⋃ 0 = 1.

Следовательно, при параметрах 1 и 0 выполняется равенство = ⋃

б) = ⋂ - характеристическая функция пересечения А ⋂ В

Например, А = {2, 3, 5}. B = {1, 2, 3}.

Рассмотрим :

= ;

(0) = 0;

Рассмотрим ⋂ :

⋂ (0) = 0 ⋂ 0 = 0.

Рассмотрим :

= ;

(3) = 1;

Рассмотрим ⋂ :

⋂ (3) = 1 ⋂ 1 = 1.

в) = - характеристическая функция дополнения

(6) = (6) = 1

= = 1

(2) = (2) = 0

= = 0

Следовательно, = .

1. Показать на примерах верность математических выражений

1. Коммутативность.

а) A ⋃ B = B ⋃ A

Например, A = {8, 3, 2, 4}. B = {2, 5, 3, 9}.

A ⋃ B = {2, 3, 4, 5, 8, 9}.

B ⋃ A = {2, 3, 4, 5, 8, 9}.

Отсюда следует, что A ⋃ B и B ⋃ A – эквивалентные записи.

б) A ⋂ B = B ⋂ A.

Например, A = {8, 3, 2, 4}. B = {2, 5, 3, 9}.

A ⋂ B = {2, 3}

B ⋂ A = {2, 3}

{2, 3} = {2, 3}, следовательно A ⋂ B и B ⋂ A – эквивалентные записи.

2. Ассоциативность

а) (A ⋃ B) ⋃ C = A ⋃ (B ⋃ C)

Например, А = {1, 2, 3}. B = {4, 5, 6, 7}. C = {8, 9, 4, 6}.

A ⋃ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7};

(A ⋃ B) ⋃ C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

B ⋃ C = {4, 5, 6, 7, 8, 9};

A ⋃ (B ⋃ C) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Отсюда следует, что (A ⋃ B) ⋃ C и A ⋃ (B ⋃ C) – эквивалентные записи.

б) (A ⋂ B) ⋂ C = A ⋂ (B ⋂ C)

Например, А = {3, 4, 5}. B = {4, 3, 5, 6}. C = {7, 8, 4, 3, 5}.

A ⋂ B = {3, 4, 5};

(A ⋂ B) ⋂ C = {3, 4, 5}.

B ⋂ C = {4, 3, 5};

A ⋂ (B ⋂ C) = {3, 4, 5}.

Отсюда следует, что (A ⋂ B) ⋂ C и A ⋂ (B ⋂ C) – эквивалентные записи.

3. Дистрибутивность пересечения относительно объединения.

Например, А = {3, 4, 5}. B = {5, 3, 8, 9}. C = {4, 6, 3, 5, 7}.

A ⋂ (B ⋃ C) = (A ⋂ B) ⋃ (A ⋂ C).

B ⋃ C = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};

A ⋂ (B ⋃ C) = {3, 4, 5}.

4. Дистрибутивность объединения относительно пересечения.

A ⋃ (B ⋂ C) = (A ⋃ B) ⋂ (A ⋃ C)

Например, А = {3, 4, 5}. B = {5, 3, 8, 9}. C = {4, 6, 3, 5, 7}.

B ⋂ C = {3, 5};

A ⋃ (B ⋂ C) = {3, 4, 5}.

A ⋃ B = {3, 4, 5, 8, 9}

A ⋃ C = {3, 4, 5, 6, 7}

(A ⋃ B) ⋂ (A ⋃ C) = {3, 4, 5}.

Отсюда следует, что A ⋃ (B ⋂ C) и (A ⋃ B) ⋂ (A ⋃ C)– эквивалентные записи.

5. Правила поглощения.

а) A ⋃ (A ⋂ B) = A

Например, А = {3, 4, 5}. B = {5, 3, 8, 9}.

A ⋂ B = {3, 5};

A ⋃ (A ⋂ B) = {3, 4, 5}.

Итак, {3, 4, 5} = {3, 4, 5} = А. Отсюда следует, что A ⋃ (A ⋂ B) = A.

б) A ⋂ (A ⋃ B) = A.

Например, А = {3, 4, 5}. B = {5, 3, 8, 9}.

A ⋃ B = {3, 4, 5, 8, 9};

A ⋂ (A ⋃ B) = {3, 4, 5}

Итак, {3, 4, 5} = {3, 4, 5} = А. Отсюда следует, что A ⋂ (A ⋃ B) = A.

6. Правила де Моргана.

= ⋂ .

А = {7, 8, 3, 2}. B = {4, 8, 3, 9}. C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

A ⋃ B = {2, 3, 4, 7, 8, 9};

= {1, 5, 6}.

= {1, 4, 5, 6, 9};

= {1, 2, 5, 6, 7};

⋂ = {1, 5, 6}.

Итак, {1, 5, 6} = {1, 5, 6}. Отсюда следует, что = ⋂ .

= ⋃ .

Например, А = {7, 8, 3, 2}. B = {4, 8, 3, 9}. C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

A ⋂ B = {3, 8};

*=* {1, 2, 4, 5, 6, 7, 9}.

= {1, 4, 5, 6, 9};

= {1, 2, 5, 6, 7};

⋃ = {1, 2, 4, 5, 6, 7, 9}.

Итак, {1, 2, 4, 5, 6, 7, 9} = {1, 2, 4, 5, 6, 7, 9}. Отсюда следует, что = ⋃ .

7. Обобщение правил де Моргана.

Например, Е – {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. α = 4.= {1, 2}, = {3, 4}, = {5, 6}

= {7, 8}.

Тогда = {9}; ⋂ = {9}.

Тогда = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}; ⋃ = {1,2,3,4,5,6,7,8}.

8. Свойства универсального и пустого множества.

а) = E

Например, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. А = {1, 4, 5, 7}.

= {2, 3, 6, 8, 9};

A ⋃ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};

Отсюда следует, что = E.

б) A ⋂ = ∅

Например, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. А = {1, 4, 5, 7}.

A ⋂ = {1, 4, 5, 7} ⋂ {2, 3, 6, 8, 9} = {} = ∅.

в) = ∅

Например, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

= {} = ∅.

Г) A ⋃ ∅ = А

Например, А = {1, 4, 5, 7}.

A ⋃ ∅ = {1, 4, 5, 7} ⋃ {} = А;

г) A ⋃ E = E

Например, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. А = {1, 4, 5, 7}.

A ⋃ E = {1, 4, 5, 7} ⋃ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Отсюда следует, что A ⋃ E = E.

д)

Например, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

*=* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} = E

е) A ⋂ E = A

Например, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. А = {1, 4, 5, 7}.

A ⋂ E = {1, 4, 5, 7} ⋂ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} = {1, 4, 5, 7}.

Отсюда следует, что A ⋂ E = A.

ж) A ⋂ ∅ = ∅

Например, А = {1, 4, 5, 7}.

A ⋂ ∅ = {1, 4, 5, 7} ⋂ {} = {1, 4, 5, 7} = A.

Отсюда следует, что A ⋂ ∅ = ∅.

1. Показать на примерах верность математических соотношений.
2. Разность множеств.

А \ В = A ⋂

Например, А = {1, 2, 7, 8, 9}. B = {1, 2, 3, 6, 5}.

А \ В = {1, 2, 7, 8, 9} \ {1, 2, 3, 6, 5} = {7, 8, 9}.

= {7, 8, 9};

A ⋂ = {1, 2, 7, 8, 9} ⋂ {7, 8, 9} = {7, 8, 9}

Отсюда следует, что А \ В = A ⋂ .

1. Симметричная разность множеств.
   1. Коммутативность

A ⊕ B = B ⊕ A

Например, А = {1, 2, 7, 8, 9}. B = {1, 2, 3, 6, 5}.

A ⊕ B = {7, 8, 9} ⋃ {3, 6, 5} = {3, 5, 6, 7, 8, 9};

B ⊕ A = {3, 6, 5} ⋃ {7, 8, 9} = {3, 5, 6, 7, 8, 9};

Отсюда следует, что A ⊕ B = B ⊕ A.

2.2. Ассоциативность

A ⊕ (B ⊕ C) = (A ⊕ B) ⊕ C

Например, А = {1, 5, 6}. B = {5, 6, 7}. C = {6, 8, 9}.

B ⊕ C = {5, 7} ⋃ {8, 9} = {5, 7, 8, 9};

A ⊕ (B ⊕ C) = {1, 6} ⋃ {7, 8, 9} = {1, 6, 7, 8, 9}.

A ⊕ B = {1} ⋃ {7} = {1, 7};

(A ⊕ B) ⊕ C = {1, 7} ⋃ {6, 8, 9} = {1, 6, 7, 8, 9}.

Итак, {1, 6, 7, 8, 9} = {1, 6, 7, 8, 9}, следовательно A ⊕ (B ⊕ C) = (A ⊕ B) ⊕ C.

2.3. Дистрибутивность относительно пересечения.

A ⋂ (B ⊕ C) = (A ⋂ B) ⊕ (A ⋂ C)

Например, А = {1, 6, 4}. B = {2, 5, 4}. C = {2, 3, 7}.

Рассмотрим A ⋂ (B ⊕ C):

1. B ⊕ C = {5, 4} ⋃ {3, 7} = {3, 4, 5, 7}

2. A ⋂ (B ⊕ C) = {1, 6, 4} ⋂ {3, 4, 5, 7} = {4}.

Рассмотрим (A ⋂ B) ⊕ (A ⋂ C)

1. A ⋂ B = {1, 6, 4} ⋂ {2, 5, 4} = {4}

2. A ⋂ C = {1, 6, 4} ⋂ {2, 3, 7} = {}

3. (A ⋂ B) ⊕ (A ⋂ C) = {4}

{4} = {4}, следовательно A ⋂ (B ⊕ C) = (A ⋂ B) ⊕ (A ⋂ C)

Список использованных источников

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)>
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%8B_%D0%B4%D0%B5_%D0%9C%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D0%B0>
3. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C>
4. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2>
5. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE>